

## **Podstawa programowa z matematyki dla klas IV – VIII**

### **Cele kształcenia – wymagania ogólne**

#### **I. Sprawności rachunkowa.**

1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.
2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.

#### **II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.**

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.
2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.
3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

#### **III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.**

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

#### **IV. Rozumowanie i argumentacja.**

1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

### **Treści nauczania – wymagania szczegółowe KLASY IV – VI**

#### **I. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym. Uczeń:**

- 1) zapisuje i odczytuje liczby naturalne wielocyfrowe;
- 2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej;
- 3) porównuje liczby naturalne;
- 4) zaokrągla liczby naturalne;
- 5) liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim.

#### **II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:**

- 1) dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe lub większe, liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej;
- 2) dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe sposobem pisemnym i za pomocą kalkulatora;

- 3) mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową sposobem pisemnym, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);
- 4) wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;
- 5) stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia względem dodawania;
- 6) porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu;
- 7) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100;
- 8) rozpoznaje liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także gdy na istnienie dzielnika właściwego wskazuje cecha podzielności;
- 9) rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze;
- 10) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;
- 11) stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 12) szacuje wyniki działań;
- 13) znajduje największy wspólny dzielnik (*NWD*) w sytuacjach nie trudniejszych niż typu  $NWD(600, 72)$ ,  $NWD(140, 567)$ ,  $NWD(10000, 48)$ ,  $NWD(910, 2016)$  oraz wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność dwóch liczb naturalnych metodą rozkładu na czynniki;
- 14) rozpoznaje wielokrotności danej liczby, kwadraty, sześciany, liczby pierwsze, liczby złożone;
- 15) odpowiada na pytania dotyczące liczebności zbiorów różnych rodzajów liczb wśród liczb z pewnego niewielkiego zakresu (np. od 1 do 200 czy od 100 do 1000), o ile liczba w odpowiedzi jest na tyle mała, że wszystkie rozważane liczby uczeń może wypisać;
- 16) rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze, w przypadku gdy co najwyżej jeden z tych czynników jest liczbą większą niż 10;
- 17) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby  $a$  przez liczbę  $b$  i zapisuje liczbę  $a$  w postaci:  $a = b \cdot q + r$ .

### III. Liczby całkowite. Uczeń:

- 1) podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych;
- 2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;
- 3) oblicza wartość bezwzględną;
- 4) porównuje liczby całkowite;
- 5) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

### IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:

- 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka;
- 2) przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek zwykły;
- 3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe;
- 4) sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika;
- 5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego;
- 6) zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie;
- 7) zaznacza i odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej;
- 8) zapisuje ułamki dziesiętne skończone w postaci ułamków zwykłych;
- 9) zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie lub

- skracanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora);
- 10) zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach innych niż wymienione w pkt 9. w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego (z użyciem wielokropka po ostatniej cyfrze), uzyskane w wyniku dzielenia licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora;
  - 11) zaokrągla ułamki dziesiętne;
  - 12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne);
  - 13) oblicza liczbę, której część jest podana (wyznacza całość, z której określono część za pomocą ułamka);
  - 14) wyznacza liczbę, która powstaje po powiększeniu lub pomniejszeniu o pewną część innej liczby.

#### V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:

- 1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane;
- 2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w przykładach najprostszych), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w przykładach trudnych);
- 3) wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne;
- 4) porównuje ułamki z wykorzystaniem ich różnicy;
- 5) oblicza ułamek danej liczby całkowitej;
- 6) oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych;
- 7) oblicza wartość prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 8) wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii lub za pomocą kalkulatora;
- 9) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych o stopniu trudności nie większym niż w przykładzie

$$-\frac{1}{2} : 0,25 + 5,25 : 0,05 - 7\frac{1}{2} \cdot (2,5 - 3\frac{2}{3}) + 1,25$$

#### VI. Elementy algebry. Uczeń:

- 1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, opisuje wzór słowami;
- 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym, na przykład zapisuje obwód trójkąta o bokach:  $a$ ,  $a + 2$ ,  $b$ ; rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (przez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego), na przykład  $\frac{x-2}{3} = 4$ .

#### VII. Proste i odcinki. Uczeń:

- 1) rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek;
- 2) rozpoznaje proste i odcinki prostopadłe i równoległe, na przykład jak w sytuacji określonej w zadaniu:

Odcinki  $AB$  i  $CD$  są prostopadłe, odcinki  $CD$  i  $EF$  są równoległe oraz odcinki  $EF$  i  $DF$  są prostopadłe. Określ wzajemne położenie odcinków  $DF$  oraz  $AB$ . Wykonaj odpowiedni rysunek;

- 3) rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych;
- 4) mierzy odcinek z dokładnością do 1 mm;
- 5) znajduje odległość punktu od prostej.

### **VIII. Kąty. Uczeń:**

- 1) wskazuje w dowolnym kącie ramiona i wierzchołek;
- 2) mierzy z dokładnością do  $1^\circ$  kąty mniejsze niż  $180^\circ$ ;
- 3) rysuje kąty mniejsze od  $180^\circ$ ;
- 4) rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty;
- 5) porównuje kąty;
- 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności.

### **IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:**

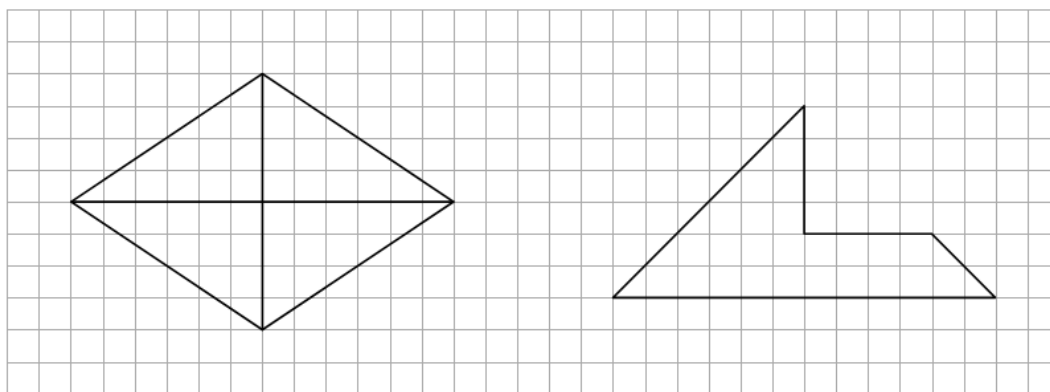
- 1) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne i równoramienne;
- 2) konstruuje trójkąt o danych trzech bokach i ustala możliwość zbudowania trójkąta na podstawie nierówności trójkąta;
- 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta;
- 4) rozpoznaje i nazywa: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok i trapez;
- 5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur;
- 6) wskazuje na rysunku cięciwę, średnicę oraz promień koła i okręgu;
- 7) rysuje cięciwę koła i okręgu, a także, jeżeli dany jest środek okręgu, promień i średnicę;
- 8) w trójkącie równoramiennym wyznacza przy danym jednym kącie miary pozostałych kątów oraz przy danych obwodzie i długości jednego boku długości pozostałych boków.

### **X. Bryły. Uczeń:**

- 1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył;
- 2) wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościanny i sześcianny i uzasadnia swój wybór;
- 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów;
- 4) rysuje siatki prostopadłościannów;
- 5) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi.

### **XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:**

- 1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków;
- 2) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami, np. pole trójkąta o boku 1 km i wysokości 1 mm;
- 3) stosuje jednostki pola:  $\text{mm}^2$ ,  $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$ ,  $\text{m}^2$ , ar, ha,  $\text{km}^2$  (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń);
- 4) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów jak w sytuacjach:



- 5) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi;
- 6) stosuje jednostki objętości i pojemności: mililitr, litr,  $\text{cm}^3$ ,  $\text{dm}^3$ ,  $\text{m}^3$ ;
- 7) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów.

### **XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:**

- 1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, 1% – jako jedną setną części danej wielkości liczbowej;
- 2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 20%, 10%;
- 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach;
- 4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach;
- 5) odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną);
- 6) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: milimetr, centymetr, decymetr, metr, kilometr;
- 7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, dekagram, kilogram, tona;
- 8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość;
- 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości  $\text{km/h}$  i  $\text{m/s}$ .

### **XIII. Elementy statystyki opisowej. Uczeń:**

- 1) gromadzi i porządkuje dane;
- 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach, na przykład: wartości z wykresu, wartość największą, najmniejszą, opisuje przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach zjawiska przez określenie przebiegu zmiany wartości danych, na przykład z użyciem określenia „wartości rosną”, „wartości maleją”, „wartości są takie same” („przyjmowana wartość jest stała”).

### **XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:**

- 1) czyta ze zrozumieniem tekst zawierający informacje liczbowe;
- 2) wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
- 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami;

- 4) dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania;
- 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznana wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody;
- 6) weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania np. poprzez szacowanie, sprawdzanie wszystkich warunków zadania, ocenianie rzędu wielkości otrzymanego wyniku;
- 7) układa zadania i łamigłówki, rozwiązuje je; stawia nowe pytania związane z sytuacją w rozwiązany zadaniu.

## Treści nauczania – wymagania szczegółowe KLASY VII – VIII

### I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:

- 1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim;
- 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;
- 3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach;
- 4) podnosi potęgę do potęgi;
- 5) odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej  $a \cdot 10^k$ , gdy  $a \leq 1 < 10$ ,  $k$  jest liczbą całkowitą.

### II. Pierwiastki. Uczeń:

- 1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześciانami liczb wymiernych;
- 2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki;
- 3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, na przykład znajduje liczbę całkowitą  $a$  taką, że:  $a \leq \sqrt{137} \leq a + 1$ ;
- 4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka;
- 5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

### III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń:

- 1) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;
- 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;
- 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;
- 4) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych jak w przykładzie:  
Bartek i Grześ zbierali kasztany. Bartek zebrał  $n$  kasztanów, Grześ zebrał 7 razy więcej. Następnie Grześ w drodze do domu zgubił 10 kasztanów, a połowę pozostałych oddał Bartkowi. Ile kasztanów ma teraz Bartek, a ile ma Grześ?

### IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń:

- 1) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym);

- 2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych;
- 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany;
- 4) mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych.

#### **V. Obliczenia procentowe. Uczeń:**

- 1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości;
- 2) oblicza liczbę  $a$  równą  $p$  procent danej liczby  $b$ ;
- 3) oblicza, jaki procent danej liczby  $b$  stanowi liczba  $a$ ;
- 4) oblicza liczbę  $b$ , której  $p$  procent jest równe  $a$ ;
- 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

#### **VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:**

- 1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą, na przykład sprawdza, które liczby całkowite niedodatnie i większe od  $-8$  są rozwiązaniami równania  $\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} = 0$ ;
- 2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;
- 3) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi;
- 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).

#### **VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:**

- 1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;
- 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczby przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania;
- 3) stosuje podział proporcjonalny.

#### **VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:**

- 1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi);
- 2) przedstawia na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe;
- 3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;
- 4) zna i stosuje cechy przystawiania trójkątów;
- 5) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie);
- 6) zna nierówność trójkąta i wie, kiedy zachodzi równość;

- 7) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych;
- 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego);
- 9) przeprowadza dowody geometryczne o poziomie trudności nie większym niż w przykładach:
  - a) dany jest ostrokątny trójkąt równoramienny  $ABC$ , w którym  $AC = BC$ . W tym trójkącie poprowadzono wysokość  $AD$ . Udowodnij, że kąt  $ABC$  jest dwa razy większy od kąta  $BAD$ ,
  - b) na bokach  $BC$  i  $CD$  prostokąta  $ABCD$  zbudowano, na zewnątrz prostokąta, dwa trójkąty równoboczne  $BCE$  i  $CDF$ . Udowodnij, że  $AE = AF$ .

### IX. Wielokąty. Uczeń:

- 1) zna pojęcie wielokąta foremnego;
- 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków o poziomie trudności nie większym niż w przykładach:
  - a) oblicz najkrótszą wysokość trójkąta prostokątnego o bokach długości: 5 cm, 12 cm i 13 cm,
  - b) przekątne rombu  $ABCD$  mają długości  $AC = 8$  dm i  $BD = 10$  dm. Przekątną  $BD$  rombu przedłużono do punktu  $E$  w taki sposób, że odcinek  $BE$  jest dwa razy dłuższy od tej przekątnej. Oblicz pole trójkąta  $CDE$  (zadanie ma dwie odpowiedzi).

### X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:

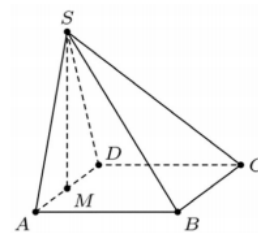
- 1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak  $x \geq 1,5$  lub taki jak  $x < -\frac{4}{7}$ ;
- 2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie;
- 3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku);
- 4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek;
- 5) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych;
- 6) dla danych punktów kratowych  $A$  i  $B$  znajduje inne punkty kratowe należące do prostej  $AB$ .

### XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe;
- 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładowym zadaniu:  
 Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt równoramienny, którego dwa równe kąty mają po  $45^\circ$ , a najdłuższy bok ma długość  $6\sqrt{2}$  dm. Jeden z boków prostokąta, który jest w tym graniastosłupie ścianą boczną o największej powierzchni, ma długość 4 dm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa;
- 3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładzie:



Prostokąt  $ABCD$  jest podstawą ostrosłupa  $ABCDS$ , punkt  $M$  jest środkiem krawędzi  $AD$ , odcinek  $MS$  jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące długości krawędzi:  $AD = 10$  cm,  $AS = 13$  cm oraz  $AB = 20$  cm. Oblicz objętość ostrosłupa.



## XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:

- 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania;
- 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je oraz oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

## XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:

- 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych;
- 2) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł;
- 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

## XIV. Długość okręgu i pole koła. Uczeń:

- 1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy;
- 2) oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu;
- 3) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy;
- 4) oblicza promień lub średnicę koła o danym polu koła;
- 5) oblicza pole pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień.

## XV. Symetrie. Uczeń:

- 1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;
- 2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta jak w przykładowym zadaniu:  
Wierzchołek  $C$  rombu  $ABCD$  leży na symetralnych boków  $AB$  i  $AD$ . Oblicz kąty tego rombu.
- 3) rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje ich osie symetrii oraz uzupełnia figurę do figury osiowosymetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części figury;
- 4) rozpoznaje figury środkowosymetryczne i wskazuje ich środki symetrii.

## XVI. Zaawansowane metody zliczania. Uczeń:

- 1) stosuje regułę mnożenia do zliczania par elementów o określonych własnościach;
- 2) stosuje regułę dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach, wymagających rozważenia kilku przypadków, na przykład w zliczaniu liczb naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 5 i mających trzy różne cyfry albo jak w zadaniu:  
W klasie jest 14 dziewczynek i 11 chłopców. Na ile sposobów można z tej klasy wybrać dwuosobową delegację składającą się z jednej dziewczynki i jednego chłopca?

## **XVII. Rachunek prawdopodobieństwa. Uczeń:**

- 1) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na rzuceniu dwiema kostkami lub losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem;
- 2) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na losowaniu dwóch elementów bez zwracania jak w przykładzie:

Z urny zawierającej kule ponumerowane liczbami od 1 do 7 losujemy bez zwracania dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma liczb na wylosowanych kulach będzie parzysta.

### **Warunki i sposób realizacji**

Proponuje się, aby w latach 2017/18, 2018/19 i 2019/20 w klasie VII zrealizowano dodatkowo dział I pkt 5, dział II pkt 13–17, dział IV pkt 13 i 14, dział V pkt 9, dział IX pkt 8, dział X pkt 5 i dział XI pkt 4 podstawy programowej dla klas IV–VI, o ile nie zostały one wcześniej zrealizowane w klasach IV–VI.

Działy XIV–XVII podstawy programowej dla klas VII i VIII mogą zostać zrealizowane po egzaminie ósmoklasisty.

W klasach IV–VI, kiedy nauka matematyki odbywa się przede wszystkim na konkretnych obiektach, należy przede wszystkim zadbać o pracę na przykładach, bez wprowadzania nadmiaru pojęć abstrakcyjnych. Dużą pomocą dla ucznia jest możliwość eksperymentowania z liczbami, rozwiązywania zagadek logicznych i logiczno-matematycznych, a także ćwiczenia polegające na pracy lub zabawie z różnymi figurami lub bryłami w geometrii. W szczególności, rozwiązywanie równań przez zgadywanie powinno być w klasach IV–VI traktowane jako poprawna metoda.

W klasach IV–VI zaleca się szczególną ostrożność przy wymaganiami od ucznia ścisłości języka matematycznego. Należy dbać o precyzję wypowiedzi, ale trzeba pamiętać o tym, aby unikać sytuacji, w której uczeń zostaje uznany za nieuzdolnionego matematycznie, gdy nie potrafi wyrazić poprawnego rozwiązania w sposób odpowiednio formalny, zgodnie z oczekiwaniami nauczyciela. Umiejętność posługiwania się takimi pojęciami matematycznymi jak: kąt, długość, pole, suma algebraiczna jest o wiele bardziej istotna niż zapamiętanie formalnej definicji. W nauczaniu matematyki istotne jest, aby uczeń zrozumiał sens reguł formalnych.

Większość uczniów w praktyce korzysta z kalkulatorów bądź innych urządzeń elektronicznych. Niemniej umiejętność wykonywania rachunków w pamięci, a także pisemnie, jest istotna. Obliczenia pamięciowe, w tym szacowanie wyników, bardzo przydają się w życiu codziennym. Samodzielne wykonywanie obliczeń, zarówno pamięciowych jak i pisemnych, daje uczniom o wiele lepsze wyobrażenie o liczbach i ich wielkościach, niż prowadzenie rachunków za pomocą sprzętu elektronicznego.

Myślenie abstrakcyjne kształtuje się w wieku 11–15 lat, ale u wielu dzieci w różnym tempie, nie musi to oznaczać większych bądź mniejszych zdolności matematycznych. Z uwagi na różną szybkość rozwoju myślenia uczniów klas VII i VIII, a także, częściowo klasy VI, można rozważyć wprowadzenie nauczania matematyki w grupach międzyoddziałowych na różnych poziomach, podobnie jak to jest praktykowane w nauczaniu języków obcych nowożytnych. Grupy międzyoddziałowe realizowałyby różne partie materiału w tempie dostosowanym do możliwości uczniów, przy zachowaniu realizacji podstawy programowej. Takie podejście nie powinno dzielić uczniów na lepszych lub gorszych, ale ma umożliwić uczniom, u których myślenie abstrakcyjne rozwija się wolniej, płynne przejście do etapu myślenia

abstrakcyjnego. Uczniom, u których to myślenie rozwinęło się szybciej, należy proponować zadania trudniejsze i pozwalające na głębszą analizę zagadnień, aby właściwie stymulować ich rozwój.

Zadania na dowodzenie stanowią ważny element wykształcenia matematycznego. Uczeń powinien dowiedzieć się, że w twierdzeniach zaczynających się od słów „wykaż, że dla każdego...” podawanie wielu przykładów nie jest dowodem, a podanie jednego kontrprzykładu świadczy o tym, że stwierdzenie nie jest prawdziwe. Nie oznacza to, że uczeń nie powinien szukać przykładów bądź kontrprzykładów. Często takie poszukiwanie i sprawdzanie prawdziwości tezy dla konkretnych przypadków pozwala uczniowi zrozumieć postawiony problem, a następnie podać ogólne rozumowanie.

W szkole podstawowej zadania na dowodzenie powinny być proste (w przypadku zdolnych uczniów można rozszerzyć stopień trudności). Oznacza to, że na przykład do dowodu zadania z geometrii powinno wystarczyć obliczanie kątów (z wykorzystaniem równości kątów wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych, twierdzenia o sumie kątów trójkąta oraz twierdzenia o kątach przy podstawie trójkąta równoramiennego), użycie cech przystawania trójkątów do uzasadnienia przystawania jednej dostrzeżonej pary trójkątów przystających oraz wyciągnięcie wniosków z tej własności.

Wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa należy poprzedzić zadaniami, w których uczniowie wykonują doświadczenia, na przykład wielokrotne rzuty kostką. Można wówczas wskazać związek pomiędzy częstością zdarzenia a jego prawdopodobieństwem.

Szczególną rolę w kształceniu matematycznym odgrywają zadania ze statystyki. Z jednej strony odczytywanie i prezentowanie danych, wiąże matematykę z życiem codziennym i otwiera cały wachlarz zastosowań praktycznych. Wskazane jest, aby znaczna część zadań dotyczyła danych rzeczywistych wraz z podaniem ich weryfikowalnego źródła. Z drugiej strony, na przykład operowanie wykresami zależności pozwala na intuicyjne opanowanie trudnych i abstrakcyjnych pojęć takich jak funkcja, monotoniczność, ekstrema, przy użyciu minimalnej wiedzy matematycznej (nie należy wprowadzać tych pojęć w szkole podstawowej). Stanowi to wstęp do wprowadzenia tych pojęć w szkole ponadpodstawowej.